Mathématiques **2020/2021**

1SM(biof)

Khouribga **ELOUADIH**

Série3: Généralités sur les fonctions numériques

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{3}{2|x|-3}$; $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{3x-1}-\sqrt{x}}$; $f(x) = \sqrt{2|x|-3}$; $f(x) = \sqrt{2x^2-5|x|+3}$
2. $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; $f(x) = \sqrt{x^2-2xcos(x)+1}$; $f(x) = \frac{sin(x)}{2cos(x)-1}$; $f(x) = \frac{sin(x)}{\sqrt{3}-tan(x)}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 - 2x + 5$

Montrer que f est minorée et non majorée sur $\mathbb{R}$

Exercice 3

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$

1. Etudier les variations de f
2. Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repére
3. Representer f dans un repere orthonormé
4. Soit g la fonction définie par :$g(x) = \frac{2|x|-3}{|x|-2}$
   (a) Representer g dans le meme repere précédent
   (b) Etudier les variations de g
   (c) Determiner graphiquement le nombre des solutions de l'équation : $(2-m)|x| - 3 + 2m = 0$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 - 3x + 2$

1. Etudier les variations de f
2. Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repére
3. Representer f dans un repere orthonormé
4. Soit g la fonction définie par :$g(x) = |x^2 - 3x + 2|$
   (a) Etudier la parité de g
   (b) Etudier les variations de g
   (c) Representer g dans le meme repere précédent
   (d) Determiner graphiquement le nombre des solutions de l'équation : $|x^2 - 3x + 2| = m$

Exercice 5
Soient f et g les fonctions définies par :
$f(x) = \frac{x-1}{2x-1}$et $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

1. Comparer f et g
2. Comparer les réels $a = \frac{0{,}9999}{0{,}9998}$ et $b = \frac{1{,}0002}{1{,}0001}$

Exercice 6
Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{xsin(x)}{1+x^2}$
Montrer que f est majorée par $\frac{1}{2}$ et minorée par $-\frac{1}{2}$

Exercice 7
Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x|x|}{1+x^2}$

1. Etudier la parité de f
2. Etudier les variations de f

Exercice 8
Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

1. Déterminer D_f
2. Etudier la parité de f
3. Etudier les variations de f

Exercice 9
Soient f et g les fonctions définies par :
$g(x) = \frac{x-1}{x+1}$et $f(x) = x^2 + x$

1. Etudier les variations de f et g
2. Tracer (C_f) et (C_g)
3. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} gof(x) < 1$
4. Etudier les variations de gof
5. Montrer que gof est bornée

Exercice 10
Soient f et g les fonctions définies par :
$f(x) = x^2 - 3x + 2$ et $g(x) = \sqrt{x-1}$

1. Etudier les variations de f et g
2. Tracer (C_f) et (C_g)
3. Etudier les variations de fog

Exercice 11
Soient f et g les fonctions définies par :
$f(x) = \sqrt{x+2}$et $g(x) = \frac{x-3}{x+3}$

1. Etudier les variations de f et g
2. Tracer (C_f) et (C_g)
3. Etudier les variations de $h(x) = \frac{\sqrt{x+2}-3}{\sqrt{x+2}+3}$

Exercice 12
Soient f et g les fonctions définies par :
$f(x) = \sqrt{x+1}$et $g(x) = -x^3$

1. Etudier les variations de f et g
2. Tracer (C_f) et (C_g)
3. Montrer que l'équation $\sqrt{x+1} + x^3 = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-\frac{7}{8}, -\frac{3}{4}[$

Exercice 13
Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}^*)[x] + [x + \frac{1}{n}] + ... + [x + \frac{n-1}{n}] = [nx]$
Considérer $f(x) = [x] + [x + \frac{1}{n}] + ... + [x + \frac{n-1}{n}] - [nx]$

Exercice 14
Déterminer toutes les fonctions f définies de $\mathbb{R} - \{0,1\}$ dans $\mathbb{R}$et qui vérifient
$\forall x \in \mathbb{R} - \{0,1\} f(x) + f(\frac{x-1}{x}) = \frac{1}{x} - x + 1$

Exercice 15
En utilisant la monotonie de la composée ,étudier les variations de

1. $f(x) = \frac{x^3-1}{x^3+1}$
2. $f(x) = \sqrt{-x^2+4x-3}$
3. $f(x) = \frac{2\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-1}+1}$
4. $f(x) = (x^2-x)^2 - (x^2-x)$

Exercice 16
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, 1-périodique et telle que $\forall x \in [0,1[f(x) = 2x$

1. Représenter graphiquement f sur $[-5,5]$
2. Calculer $f(233,45)$ et $f(2016,12)$
3. Donner l'expression de $f(x)$ pour $x \in [20016, 2017[$

Exercice 17
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, 2-périodique et telle que $\forall x \in [0,2[f(x) = sin(x)$

1. Représenter graphiquement f sur $[-5,5]$
2. Calculer $f(233,45)$, $f(2016,12)$ et $f(2\pi)$
3. Donner l'expression de $f(x)$ pour $x \in [2015, 2017[$

Exercice 18
Soit f impaire, 2π periodique telle que $(\forall x \in [0,\pi[) f(x) = x$
Représenter graphiquement f sur $[-5\pi, 5\pi]$

Exercice 19
Soit f paire, 4 -periodique telle que $\forall x \in [0,2] f(x) = sin(\frac{\pi}{4}x)$

1. Tracer son graphe
2. Calculer f (3) , $f(2\pi)$, f (2016)